数　　学

注　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，7ページにわたって印刷してあります。
　また，解答用紙は両面に印刷してあります。

2　検査時間は50分で，終わりは午前11時10分です。

3　声を出して読んではいけません。

4　解答は全て解答用紙にＨＢ又はＢの鉛筆（シャープペンシルも可）を使って明確に記入し，解答用紙だけを提出しなさい。

5　答えに根号が含まれるときは，根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい。また，根号の中を最も小さい自然数にしなさい。

6　答えは解答用紙の決められた欄からはみ出さないように書きなさい。

7　解答を直すときは，きれいに消してから，消しくずを残さないようにして，新しい答えを書きなさい。

8　受検番号を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き，表面については，その数字の ◯ の中を正確に塗りつぶしなさい。

9　解答用紙は，汚したり，折り曲げたりしてはいけません。

1 次の各問に答えよ。

〔問 1〕 $\left(\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{3}}-\dfrac{\sqrt{24}-\sqrt{3}}{3}\right)\times(\sqrt{2}+1)$ を計算せよ。

〔問 2〕 二次方程式 $x^2-5x+6=0$ の 2 つの解の和が，x についての二次方程式 $x^2-2ax+a^2-1=0$ の解の 1 つになっているとき，a の値を全て求めよ。

〔問 3〕 一次関数 $y=px+q$ $(p<0)$ における x の変域が $-7\leqq x\leqq 5$ のときの y の変域と，一次関数 $y=x-3$ における x の変域が $-1\leqq x\leqq 5$ のときの y の変域が一致するとき，定数 p，q の値を求めよ。

〔問 4〕 1 から 7 までの数字を 1 つずつ書いた 7 枚のカード $\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$，$\boxed{5}$，$\boxed{6}$，$\boxed{7}$ が入った袋がある。

この袋から A さんが 1 枚のカードを取り出し，その取り出したカードを戻さずに，残りの 6 枚のカードから B さんが 1 枚のカードを取り出すとき，2 人が取り出した 2 枚のカードに書いてある数の和から 2 を引いた数が素数になる確率を求めよ。

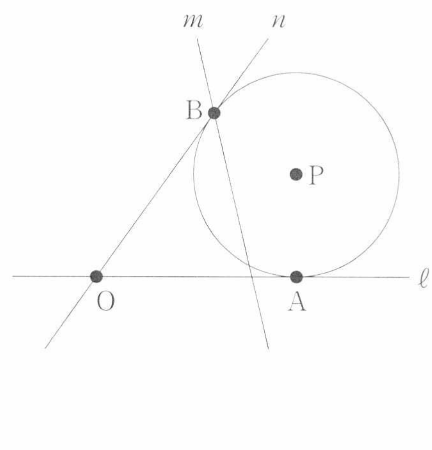
ただし，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

〔問 5〕 右の図で，点 A，点 O は直線 ℓ 上にある異なる点，直線 m は線分 OA と交わる直線で，点 B は直線 m 上にある点である。

点 P は，点 A で直線 ℓ に，点 B で 2 点 B，O を通る直線 n に，それぞれ接する円の中心である。

解答欄に示した図をもとにして，点 B と点 P をそれぞれ 1 つ，定規とコンパスを用いて作図によって求め，点 B と点 P の位置を示す文字 B，P も書け。

ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

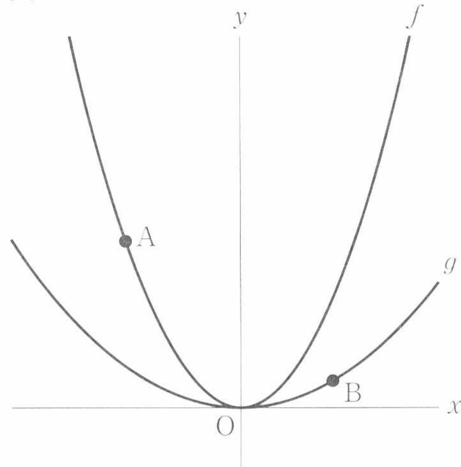


2 右の**図 1** で，点 O は原点，曲線 f は関数 $y=x^2$ のグラフ，曲線 g は関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフを表している。

曲線 f 上にあり x 座標が負の数である点を A，曲線 g 上にあり，x 座標が正の数で，y 座標が点 A の y 座標よりも小さい点を B とする。

点 O から点 $(1,\ 0)$ までの距離，および点 O から点 $(0,\ 1)$ までの距離をそれぞれ 1 cm として，次の各問に答えよ。

図 1



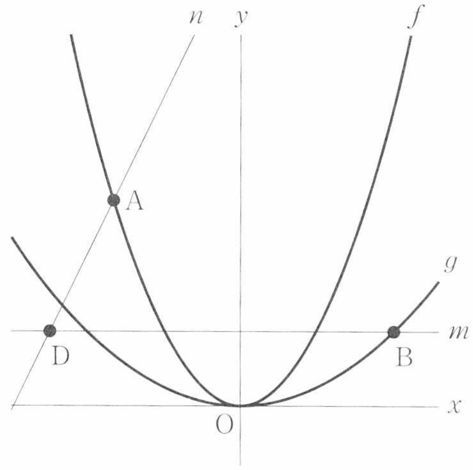
〔問 1〕　2 点 A，B を通る直線を引き，x 軸との交点を C とした場合を考える。

点 B の x 座標が $\frac{4}{3}$，AB : BC = 21 : 4 のとき，点 A の座標を求めよ。

〔問２〕　右の**図２**は，**図１**において，点Ｂを通り x 軸に平行な直線 m を引き，直線 m 上にあり x 座標が負の数である点をＤとし，２点Ａ，Ｄを通る直線 n を引いた場合を表している。

次の (1)，(2) に答えよ。

図２



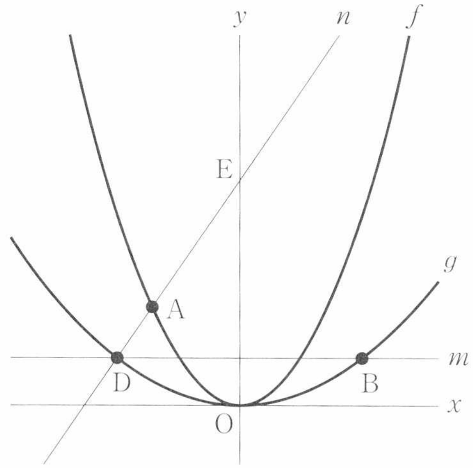
(1)　右の**図３**は，**図２**において，点Ｄが曲線 g 上にあり，直線 n の傾きが正の数のとき，直線 n と y 軸との交点をＥとした場合を表している。

２点Ｂ，Ｅを通る直線を引いた場合を考える。

直線BEの傾きが -2，DA：AE＝1：3のとき，点Ｂの x 座標を求めよ。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

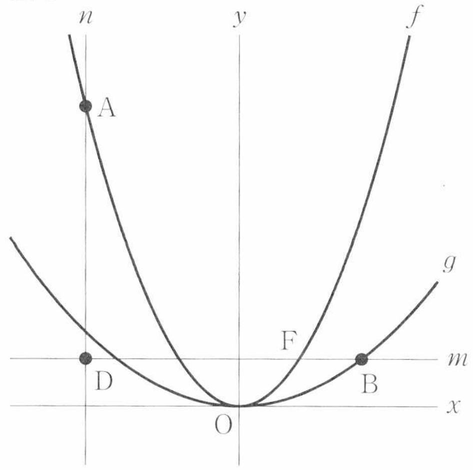
図３



(2)　右の**図４**は，**図２**において，直線 n が y 軸に平行なとき，曲線 f と直線 m との交点のうち，x 座標が正の数である点をＦとした場合を表している。

$\mathrm{BF} = \dfrac{1}{2}$ cm，AD＝2 cmのとき，２点Ａ，Ｆを通る直線の式を求めよ。

図４



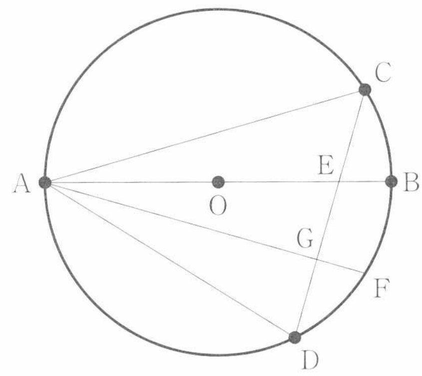
3 右の図で，点Oは線分ABを直径とする円の中心である。

点Cは，円Oの周上にあり，点A，点Bのいずれにも一致しない点，点Dは，点Cを含まない$\overset{\frown}{AB}$上にある点で，点Aと点C，点Aと点Dをそれぞれ結び，$2\angle BAC = \angle BAD$である。

点Cと点Dを結び，線分ABと線分CDとの交点をEとする。

$\angle BAD$の二等分線を引き，点Aを含まない$\overset{\frown}{BD}$との交点をFとし，線分AFと線分CDとの交点をGとする。

次の各問に答えよ。



〔問1〕 $\angle ACD = 50^\circ$のとき，$\angle BAC$の大きさは何度か。

〔問２〕 次の (1), (2) に答えよ。

(1) $\triangle ADG \equiv \triangle AEG$ であることを証明せよ。

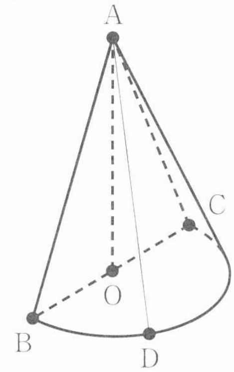
(2) AO ＝ 5 cm, AD ＝ 8 cm のとき，AG : GF を最も簡単な整数の比で表せ。

4 右の**図1**に示した立体は，$\angle AOB = 90^\circ$ の $\triangle AOB$ を辺 AO を軸として 180° 回転させてできた立体であり，回転後に，点 B が移動した点を C とする。

点 D は $\overset{\frown}{BC}$ 上にある点で，点 B，点 C のいずれにも一致しない。

頂点 A と点 D を結ぶ。

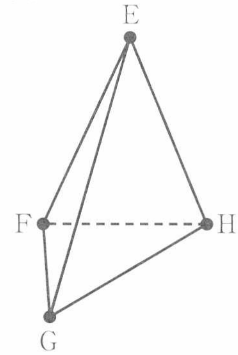
図1



右の**図2**に示した立体 E－FGH は，FG＝FH，平面 FGH ⊥ 平面 EGH の四面体である。

また，**図1**の $\triangle ABC$ と**図2**の $\triangle EGH$ において，$\triangle ABC \equiv \triangle EGH$ である。

図2

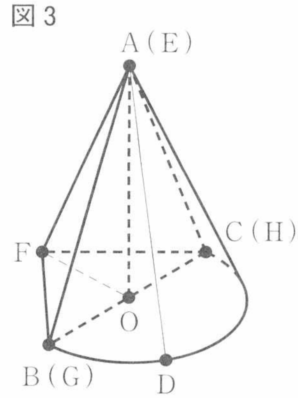


右の**図3**に示した立体は，**図1**の立体の面 ABC と**図2**の立体の面 EGH とを，頂点 A に頂点 E が，点 B に頂点 G が，点 C に頂点 H が，それぞれ一致し，頂点 F が直線 BC に関して点 D と反対側にあるように重ね合わせた立体であり，4 点 B，D，C，F は同一平面上にある。

頂点 F と点 O を結ぶ。

次の各問に答えよ。

図3



〔問1〕 **図3**において，点 D と点 O を通る直線 DO が辺 BF に平行なとき，直線 DO と辺 CF との交点を I とし，頂点 A と点 I を結んだ場合を考える。

$AO = 6$ cm，$BO = 4$ cm，$FO = 3$ cm のとき，$\triangle ADI$ の面積は何 cm^2 か。

〔問2〕 **図3**において，点Dと頂点Fを結び，線分DF上に点Oがあるとき，線分AD上の点をJとし，頂点Fと点Jを結んだ場合を考える。

$AO = 6$ cm，$BC = 9$ cm，$FO = \dfrac{5}{2}$ cm，$DJ = 1$ cm のとき，線分FJの長さは何cmか。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

〔問3〕 **図3**において，点Bと点D，点Cと点Dをそれぞれ結んだ場合を考える。

$\triangle BCF$ が一辺の長さ6cmの正三角形，$AF : FO = 3 : 1$，$\overset{\frown}{BD} : \overset{\frown}{DC} = 2 : 1$ のとき，五面体A－BDCFの体積は何cm^3か。